

2.找规律、程序运算和定义新运算

一、找规律

1. 等差数列

思考：观察下列数的特征、写出下列数列的第6项

① 2, 4, 6, 8, 10, __,, _____,

② 1, 3, 5, 7, 9, __,, _____,

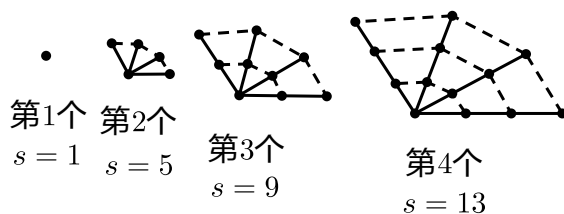
③ 1, 5, 9, 13, 17, __,, _____,

你能在后面的横线上写出每个数列的第 n 项吗？

你能在后面的横线上写出每个数列的第 n 项吗？

栗子1

1. 观察图中给出的四个点阵， s 表示每个点阵中的点的个数，按照图形中的点的个数变化规律，猜想第 n 个点阵中的点的个数 s 为（ ）。



A. $3n - 2$

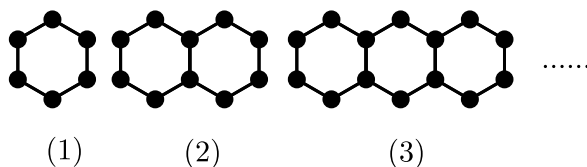
B. $3n - 1$

C. $4n + 1$

D. $4n - 3$

栗子2

2. 用火柴棒按如图所示的方式摆图形，按这样的规律继续摆下去，第 n 个图形需要根火柴棒 _____。（用含 n 的代数式表示）



2. 等比数列

思考：观察下列数的特征、写出下列数列的第 n 项（用幂的形式表示）

① $3, 9, 27, 81, 243, \dots, \underline{\hspace{2cm}}, \dots$

② $2, 4, 8, 16, 32, \dots, \underline{\hspace{2cm}}, \dots$

③ $1, 2, 4, 8, 16, \dots, \underline{\hspace{2cm}}, \dots$

栗子3

3. 观察下面两行数的特征：则第二行第 n 个数可表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

$-2, 4, -8, 16, -32, 64, \dots$

$-1, 2, -4, 8, -16, 32, \dots$

栗子4

4. 某种细胞开始有2个，1小时后分裂成4个并死去1个，2小时后分裂成6个并死去1个，3小时后分裂成10个并死去1个，...，按此规律，5小时后细胞存活的个数是（ ） .

A. 31

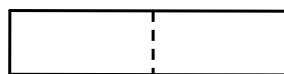
B. 33

C. 35

D. 37

栗子5

5. 如图所示，将一张长方形纸对折，可得到1条折痕（图中虚线），继续对折，对折时每次折痕与上一次的折痕保持平行，连续对折三次后，可以得到7条折痕，那么如果对折四次，可以得到 $\underline{\hspace{2cm}}$ 条折痕，对折 n 次，可以得到 $\underline{\hspace{2cm}}$ 条折痕 .



第一次对折



第二次对折



第三次对折

3. 平方数列及衍生

思考：观察下列数的特征、写出下列数列的第 n 项

① $1, 4, 9, 16, 25, \dots, \underline{\hspace{2cm}}, \dots$

② $2, 5, 10, 17, 26, \dots, \underline{\hspace{2cm}}, \dots$

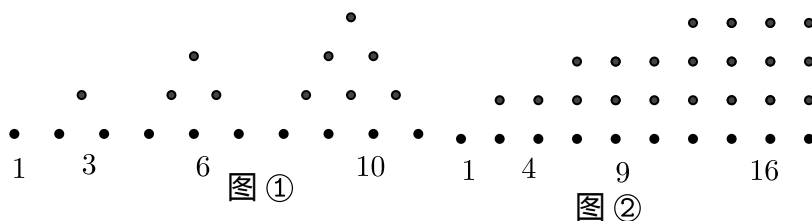
③ $0, 3, 8, 15, 24, \dots, \underline{\hspace{2cm}}, \dots$

栗子6

6. 观察下面一组单项式中的前四个单项式： x ， $-x^4$ ， x^9 ， $-x^{16}$ ……，则第 n 个单项式是 _____ .

栗子7

7. 古希腊人常用小石子在沙滩上摆成各种形态来研究数，比如，他们研究过图①中的1，3，6，10，……由于这些数能够表示成三角形，故将其称为三角形数，类似的，称图②中的1，4，9，16，……这样的数为正方形数，下列数中，既是三角形数，又是正方形数的是（ ）.



A. 289

B. 1024

C. 1225

D. 1378

4. 三角数列及衍生

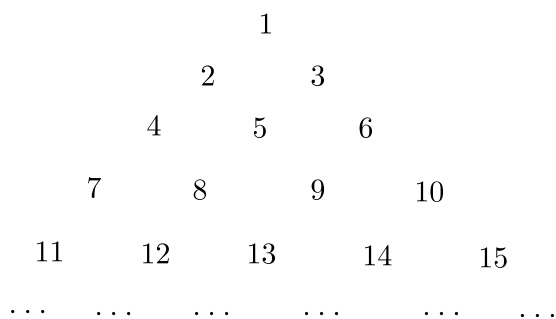
思考：观察下列数的特征、写出下列数列的第 n 项

① 2, 6, 12, 20, 30, 42, …… , _____ , ……

② 1, 3, 6, 10, 15, 21, …… , _____ , ……

栗子8

8. 如图，将全体正整数排成一个三角形数阵，按这样的规律，第8行第3个数是 _____ .

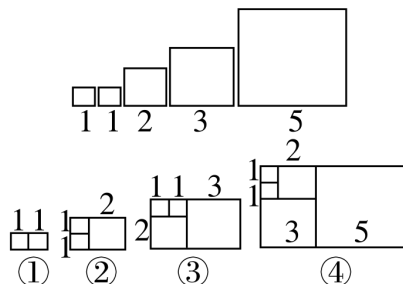


5. 斐波那契数列（兔子数列）

独步天下

9. 意大利著名数学家斐波那契在研究兔子繁殖问题时，发现有这样一组数：1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...，现以这组数中的各个数作为正方形的长度构造正方形，再分别依次从左到右取2个，3个，4个，5个正方形拼成如下矩形并标记为①、②、③、④，相应矩形的周长如下表所示：

序号	①	②	③	④
周长	6	10	16	26



若按此规律继续作矩形，则序号为⑩的矩形周长是 _____。

6. 复合数列

【与负号复合】

思考：观察下列数的特征、写出下列数列的第n项

① $-1, +1, -1, +1, -1, +1, \dots, \underline{\hspace{2cm}}, \dots$

② $+1, -1, +1, -1, +1, -1, \dots, \underline{\hspace{2cm}}, \dots$

【分数形式的复合】分子分母分别找规律。

栗子9

10. 有一组数， $-\frac{1}{3}, \frac{2}{15}, -\frac{3}{35}, \frac{4}{63}, -\frac{5}{99}, \dots$ 。请观察这组数的构成规律，用你发现的规律确定第6个数是 _____；第n个数是 _____。

栗子10

11. 观察下列各式数： $-2x, 4x^2, -8x^3, 16x^4, -32x^5, \dots$ 。则第n个式子是（ ）。

A. $-2^{n-1}x^n$

B. $(-2)^{n-1}x^n$

C. $-2^n x^n$

D. $(-2)^n x^n$

7. 循环数列

思考：观察下列数的特征、写出下列数列的第 n 项

① $-1, 0, +1, -1, 0, +1, \dots, \underline{\hspace{1cm}}, \dots$

② $6, 4, 3, 1, 6, 4, 3, 1, \dots, \underline{\hspace{1cm}}, \dots$

周期数列

对于数列 a_n ，若存在一个（固定的）正整数 k ，使得对一切正整数 n 都有 $a_{n+k} = a_n$ 成立，
则称数列为从第1项起的周期为 k 的周期数列。

$n \div \text{周期} = \text{组数} \dots \text{余数}$

余数为0，则为一组循环中_____；

余数为1，则为一组循环中的第_____个；

余数为2，则为一组循环中的第_____个；

.....

余数小于周期数，余数为 k ， k 小于周期，则为一组循环中的第 k 个。

【注意】

①在进行计算时，不可将被除数与除数进行约分，否则会改变余数。

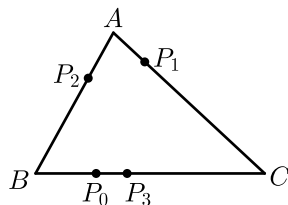
②算完之后，一定要验算。

栗子11

12. 有若干个数，第1个数记作 a_1 ，第2个数记为 a_2 ，第3个数记为 a_3 ，.....，第 n 个数记为 a_n ，若 $a_1 = -\frac{1}{2}$ ，从第2个数起，每个数都等于1与前面的那个数的差的倒数，则 $a_{2018} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

栗子12

13. 电子跳蚤游戏盘为如图三角形 ABC ， $AB = 8$ ， $AC = 9$ ， $BC = 10$ ，如果电子跳蚤开始时在 BC 边上 P_0 点， $BP_0 = 4$ ，第一步跳蚤跳到 AC 边上 P_1 点，且 $CP_1 = CP_0$ ；第二步跳蚤从 P_1 跳到 AB 边上 P_2 点，且 $AP_2 = AP_1$ ；第三步跳蚤从 P_2 跳回到 BC 边上 P_3 点，且 $BP_3 = BP_2 \dots$ ，跳蚤按上述规定跳下去，第2019次落点为 P_{2019} ，则点 P_{2019} 与点 B 之间的距离为（ ）。



A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

8. 数表问题

栗子13

14. 填在下面各正方形中的四个数之间都有相同的规律，根据这种规律， m 的值应是（ ）。

0	4	2	6	4	8	10	
2	8	4	26	6	52		m

A. 110

B. 158

C. 168

D. 178

栗子14

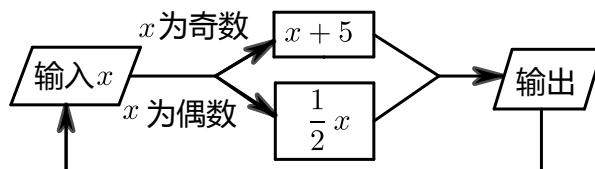
15. 正整数按如图的规律排列，请写出第20行第21列的数字_____。

	第一列	第二列	第三列	第四列	第五列	
第一行	1	2	5	10	17	...
		↓	↓	↓	↓	
第二行	4 ←	3	6	11	18	...
			↓	↓	↓	
第三行	9 ←	8 ←	7	12	19	...
				↓	↓	
第四行	16 ←	15 ←	14 ←	13	20	...
					↓	
第五行	25 ←	24 ←	23 ←	22 ←	21	...
...						

二、程序运算

栗子15

16. 如图所示的运算程序中，若开始输入的 x 值为24，则第1次输出的结果为12，第2次输出的结果为6，...，第2000次输出的结果为（ ）。



A. 1

B. 2

C. 4

D. 6

三、定义新运算

定义新运算是指用一个符号和已知运算表达式表示一种新的运算。

栗子16

17. 若定义： $f(a, b) = (-a, b)$ ， $g(m, n) = (m, -n)$ ，例如 $f(1, 2) = (-1, 2)$ ， $g(-4, -5) = (-4, 5)$ ，则 $g(f(2, -3)) = (\quad)$ 。

- A. $(2, -3)$ B. $(-2, 3)$ C. $(2, 3)$ D. $(-2, -3)$

18. 如果规定符号“ $*$ ”的意义是 $a * b = \frac{a \cdot b}{a + b}$ ，则 $2 * (-3) * 4$ 的值是 _____。

19. 定义一种运算： $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - bc$ ，例如 $\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} = 1 \times 0 - (-2) \times (-3) = -6$ ，那么当 $a = -1^2$ ， $b = -(-2)^2 - 1$ ， $c = -3^2 + 5$ ， $d = \frac{1}{4} - \left| -\frac{3}{4} \right|$ ，求 $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$ 的值是 _____。